

# **A matematika érettségi vizsga változásai 2016-ról 2017-re**

**Készítette:**

**Koncsek Zoltán**

**Matematika szaktanácsadó**

A továbbiakban **pirossal** jelölöm a korábbi tartalomhoz hozzá tett szavakat és **kékkel** jelölöm az elvett szavakat.

# A matematika érettségi vizsga általános követelményei

# A matematika érettségi vizsga formája

- Középszinten: írásbeli
- Emelt szinten: írásbeli és szóbeli

# A matematika érettségi vizsga célja

A matematika érettségi vizsga célja annak vizsgálata, hogy a vizsgázó

- tud-e logikusan gondolkodni, rendelkezik-e megfelelő matematikai probléma- és feladatmegoldó, valamint absztrakciós, analizáló és szintetizáló képességgel;
- tud-e állításokat, egyszerűbb gondolatmenetű bizonyításokat szabatosan megfogalmazni, áttekinthető formában leírni;
- elsajátította-e a mindennapi életben használatos számolási technikákat, rendelkezik-e biztos becslési készséggel, az önellenőrzés igényével;
- képes-e statisztikai gondolatok megértésére, intelligens felhasználására, a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatok felismerésére és értékelésére;

- képes-e a leírt síkbeli és térbeli szituációk elképzelésére, tud-e ezekhez ábrát készíteni, és ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, számolni;
- képes-e a tanult ismereteket más tantárgyakhoz kapcsolódó feladatokban alkotó módon alkalmazni;
- képes-e hétköznapi szövegben rejlő matematikai problémákat észrevenni, egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni;
- képes-e a különböző matematikai segédeszközök (függvénytáblázat, zsebszámológép) célszerű alkalmazására; a mindenkori tárgyi feltételek függvényében, azokkal szinkronban a matematikai eszközökkel való problémamegoldásban a programozható számológép, a grafikus kalkulátor és a számítógép használata fokozatosan követelménnyé válhat

Az emelt szinten a felsoroltakon túl az érettségi vizsga célja annak mérése, hogy a tanuló

- rendelkezik-e a felsőfokú matematikai tanulmányokhoz szükséges alapokkal;
- képes-e hipotéziseket megfogalmazni, és sejtéseit bizonyított állításaitól megkülönböztetni;
- milyen szintű kombinatív készséggel rendelkezik, mennyire kreatív a gondolkodása;
- képes-e gondolatmenetében érthetően, világosan alkalmazni a matematikai modellalkotás lépéseit (probléma megfogalmazása, matematikai formába öntése, összefüggések keresése, az eredmények matematikai módszerekkel történő kiszámítása, igazolása, értelmezése).

Az ismeretek legnagyobb része a középszinten és az emelt szinten egyaránt megjelenik.

Ezen ismeretek feldolgozásában az emelt szintet az igényesebb felépítés, az összetettebb alkalmazás, a nehezebb feladatok jellemzik.

A követelmények leírásában gyakran szereplő „szemléletes” jelző azt fejezi ki, hogy az adott fogalom matematikailag precíz ismerete nem követelmény.

A matematika tanításában csak spirálisan lehet haladni, s így több téma, pl. az analízis – a felkészülésre fordítható idő alatt – a középiskolai tanulmányok végére is csak szemléletes formában tanítható meg, és csak bizonyos alkalmazásokat tesz lehetővé.



A matematika érettségi vizsga  
tartalmi követelményei -

1. Gondolkodási módszerek,  
halmazok, logika, kombinatorika,  
gráfok - fejezetben.

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
<p><b>Halmazelmélet</b></p>	<p><b>Halmazelméleti alapfogalmak. Halmazműveletek, műveleti tulajdonságok.</b>  <b>A halmazfogalom és a halmazműveletek használata a matematika különböző területein (pl. számhalmazok, ponthalmazok).</b></p>	<p><b>Halmazelméleti alapfogalmak. Halmazműveletek, műveleti tulajdonságok.</b>  <b>A halmazfogalom és a halmazműveletek használata a matematika különböző területein (pl. számhalmazok, ponthalmazok).</b>  <b>Halmazműveletek alkalmazása feladatokban.</b>  <b>A számosság fogalma.</b></p>

## Témakör

## Középszintű követelmények

## Emelt szintű követelmények

**Logika.  
Fogalmak,  
tételek,  
bizonyítá-  
sok a  
matemati-  
kában.**

**A negáció, konjunkció,  
diszjunkció, implikáció,  
ekvivalencia ismerete,  
alkalmazása.  
A „minden”, „van olyan” logikai  
kvantorok ismerete,  
alkalmazása.  
Egyszerű matematikai szövegek  
értelmezése.  
A tárgyalt definíciók és tételek  
pontos megfogalmazása.  
Szükséges és elégséges feltételek  
helyes alkalmazása.**

**Logikai műveletek  
A „minden”, „van olyan” logikai  
kvantorok ismerete, alkalmazása.  
A nyelv logikai elemeinek tudatos  
alkalmazása.  
A tárgyalt definíciók és tételek  
pontos megfogalmazása.  
Egyes tanult tételek bizonyításának  
ismerete.  
A matematikában használt néhány  
bizonyítási típus ismerete és  
tudatos alkalmazása (pl.  
skatulyaelv, direkt és indirekt  
bizonyítás).  
Szükséges és elégséges feltételek  
helyes alkalmazása.  
Bizonyítási feladatok megoldása.**

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
<p><b>Kombinatorika.</b> <b>Gráfok.</b></p>	<p><b>Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása.</b> <b>A gráf szemléletes fogalma, egyszerű alkalmazásai.</b> <b>Gráfelméleti alapfogalmak.</b></p>	<p><b>Kiválasztási és sorbarendezési feladatok.</b> <b>Binomiális tétel ismerete, alkalmazása.</b> <b>A gráf szemléletes fogalma, alkalmazásai.</b> <b>Gráfelméleti alapfogalmak.</b></p>

A matematika érettségi vizsga  
tartalmi követelményei -  
2. Számelmélet, algebra -  
fejezetben.

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
<p><b>Számfogalom.</b></p>	<p><b>A valós számkör.</b>  <b>A valós számok különböző alakjai.</b>  <b>Alapműveletek, műveleti tulajdonságok ismerete, alkalmazása a valós számkörben.</b>  <b>Az adatok és az eredmény pontossága.</b>  <b>Számrendszerek, a helyiértékes írásmód.</b></p>	<p><b>A valós számkör.</b>  <b>Alapműveletek, műveleti tulajdonságok ismerete, alkalmazása a valós számkörben.</b>  <b>Az adatok és az eredmény pontossága, számolások közelítő értékekkel.</b>  <b>Számrendszerek, a helyiértékes írásmód.</b></p>

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
Számelmélet.	<p>Az osztó, többszörös, prímszám, összetett szám fogalma.</p> <p>A számelmélet alaptétele, számok prímtényezőkre bontása, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.</p> <p>Egyszerű oszthatósági feladatok.</p>	<p>Osztó, többszörös, összetett szám fogalma.</p> <p>A számelmélet alaptétele.</p> <p>Számok prímtényezőkre bontása, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.</p> <p>Oszthatósági feladatok.</p> <p><b>Műveletek különböző alapú számrendszerekben.</b></p>

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
<p>Algebrai kifejezések, műveletek. Hatvány, gyök, logaritmus.</p>	<p>Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel. Másod- és harmadfokú nevezetes azonosságok alkalmazása. Definíciók, műveletek, azonosságok (egész kitevőjű hatványok, racionális kitevőjű hatványok). A logaritmus fogalma, a logaritmus azonosságainak alkalmazása egyszerű esetekben.</p>	<p>Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel. Nevezetes azonosságok, szorzattá alakítások. Definíciók, műveletek, azonosságok (egész kitevőjű hatványok, racionális kitevőjű hatványok). Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma. Logaritmus fogalma, a logaritmus azonosságainak alkalmazása.</p>



Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
<p><b>Egyenletek, egyenlőtlenségek.</b></p>	<p><b>Első- és másodfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Az egyenletmegoldás alkalmazása szöveges feladatokban.</b></p> <p><b>Egyszerű négyzetgyökös, algebrai törtes, abszolútértékes egyenletek.</b></p> <p><b>A definíciókra és az azonosságok egyszerű alkalmazására épülő exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenletek.</b></p> <p><b>Két pozitív szám számtani és mértani közepének viszonya.</b></p> <p><b>Kétismeretlenes lineáris és másodfokú egyenletrendszerek.</b></p> <p><b>Egyszerű egyenlőtlenségrendszerek.</b></p>	<p><b>Első- és másodfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása.</b></p> <p><b>Paraméteres egyenletek.</b></p> <p><b>Az egyenletmegoldás alkalmazása szöveges feladatokban.</b></p> <p><b>Gyökös, algebrai törtes, abszolútértékes és egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenletek.</b></p> <p><b>Egyszerű algebrai törtes, exponenciális és logaritmusos egyenlőtlenségek.</b></p> <p><b>A középértékek, nevezetes egyenlőtlenségek alkalmazása.</b></p> <p><b>Többismeretlenes egyenletrendszerek.</b></p> <p><b>Egyszerű egyenlőtlenségrendszerek.</b></p>

A matematika érettségi vizsga  
tartalmi követelményei -

3. Függvények, az analízis elemei -  
fejezetben.

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
<p>Függvények függvények grafikonjai, függvény- transzform ációk. Függvények jellemzése.</p>	<p>A függvény matematikai fogalma, megadásának módjai. Az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, harmadfokú és négyzetgyök-függvények, fordított arányosság, exponenciális és logaritmikus függvény, trigonometrikus függvények, abszolútérték függvény) és egyszerű transzformáltjaik:  <math>f(x) + c</math>, <math>f(x + c)</math>,  <math>c \cdot f(x)</math>, <math>f(c \cdot x)</math>  Zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték, periodicitás, paritás.</p>	<p>A függvény matematikai fogalma, megadásának módjai.  <b>Függvények összege, különbsége, szorzata és hányadosa.</b>  Függvény leszűkítése, kiterjesztése.  Összetett függvény.  Az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, hatvány- és négyzetgyökfüggvények, racionális törtfüggvény, exponenciális és logaritmikus függvény, trigonometrikus függvények, abszolútérték függvény) és transzformáltjaik:  <math>c \cdot f(a \cdot x + b) + d</math>  Függvényvizsgálat.  Szélsőérték-feladatok.</p>

<b>Témakör</b>	<b>Középszintű követelmények</b>	<b>Emelt szintű követelmények</b>
<b>Sorozatok.</b>	<b>Számtani sorozat, mértani sorozat. Kamatos kamat számítása.</b>	<b>Sorozat megadása, jellemzése. Számtani sorozat, mértani sorozat. Kamatos kamat számítása. Járadékszámítás.</b>

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
Az analízis elemei.	-----	<p>A határérték <b>szemléletes</b> fogalma.</p> <p>A folytonosság szemléletes fogalma.</p> <p>A differenciálhányados fogalma, alkalmazása.</p> <p>A kétoldali közelítés módszere, a határozott integrál szemléletes fogalma, alkalmazása.</p>

A matematika érettségi vizsga  
tartalmi követelményei -

4. Geometria,  
koordinátageometria,  
trigonometria - fejezetben.

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
<p>Alapfogalmak, ponthalmazok. Geometriai transzformációk.</p>	<p>Térelemek távolsága, szöge. Nevezetes ponthalmazok. Egybevágósági transzformációk, egybevágó alakzatok. Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Hasonló alakzatok tulajdonságai. Az egybevágóságra és a hasonlóságra vonatkozó ismeretek alkalmazása egyszerű feladatokban.</p>	<p>Térelemek távolsága, szöge. Nevezetes ponthalmazok. A geometriai transzformáció mint függvény. Egybevágósági, hasonlósági transzformációk és alkalmazásuk számításos és bizonyítási feladatokban. <b>Hasonlósági tételek és alkalmazásuk számításos feladatokban.</b> Hasonló alakzatok tulajdonságai. A merőleges vetítés szemléletes fogalma.</p>

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
<p>Síkgeometriai alakzatok</p> <p>Háromszögek</p> <p>Négyszögek.</p> <p>Sokszögek.</p> <p>Kör.</p> <p>Térbeli alakzatok.</p>	<p>Tételek az oldalakra, szögekre, nevezetes pontokra, vonalakra – alkalmazásuk bizonyítási és szerkesztési feladatokban.</p> <p>Nevezetes négyszögek (trapézok, deltoidok) és tulajdonságaik.</p> <p>Alaptulajdonságok.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p> <p>A kör és részei.</p> <p>Kör és egyenes kölcsönös helyzete.</p> <p>Henger, kúp, gúla, hasáb, gömb, csonkagúla, csonkakúp.</p>	<p>Tételek az oldalakra, szögekre, nevezetes pontokra, vonalakra, alkalmazásuk bizonyítási és szerkesztési feladatokban.</p> <p>Nevezetes négyszögek (trapézok és deltoidok) és tulajdonságaik.</p> <p>Húr- és érintőnéyszögek.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p> <p>Alaptulajdonságok.</p> <p>A kör és részei.</p> <p>Kör és egyenes kölcsönös helyzete.</p> <p>Középponti és kerületi szög, látókör ismerete, alkalmazása.</p> <p>Henger, kúp, gúla, hasáb, gömb, csonkagúla, csonkakúp.</p>



<b>Témakör</b>	<b>Középszintű követelmények</b>	<b>Emelt szintű követelmények</b>
<b>Kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítás.</b>	<b>Egyszerű síkidomok és részeik kerülete, területe. Testek felszínének és térfogatának számítása. Hasonló síkidomok és testek különböző mérőszámainak és a hasonlóság arányának viszonya.</b>	<b>Egyszerű síkidomok és részeik kerülete, területe. Testek felszíne és térfogata. Hasonló síkidomok és testek különböző mérőszámainak és a hasonlóság arányának viszonya.</b>

## Témakör

## Középszintű követelmények

## Emelt szintű követelmények

### Vektorok.

A vektor fogalma.  
Vektorműveletek (összegvektor, különbségvektor, skalárral való szorzás, skaláris szorzat) és tulajdonságaik.  
Vektor koordinátái.  
Vektorok alkalmazása.

A vektor fogalma.  
Vektorműveletek (összegvektor, különbségvektor, skalárral való szorzás, skaláris szorzat) és tulajdonságaik.  
**Vektorok hajlásszöge.**  
Vektor koordinátái.  
Vektorok alkalmazása.

<b>Témakör</b>	<b>Középszintű követelmények</b>	<b>Emelt szintű követelmények</b>
<b>Trigonometria</b>	<b>Szögfüggvények fogalma. Egyszerű összefüggések a szögfüggvények között. Szinusztétel, koszinusztétel.</b>	<b>Szögfüggvények fogalma. Összefüggések a szögfüggvények között. Szinusztétel, koszinusztétel.</b>

<b>Témakör</b>	<b>Középszintű követelmények</b>	<b>Emelt szintű követelmények</b>
<b>Koordináta-geometria.</b>	<b>Alakzatok (egyenes, kör) egyenlete és kölcsönös helyzetük.</b>	<b>Alakzatok (egyenes, kör, parabola) egyenlete és kölcsönös helyzetük.</b>

A matematika érettségi vizsga  
tartalmi követelményei -  
5. Valószínűség-számítás,  
statisztika - fejezetben.

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
<p><b>Leíró statisztika.</b></p>	<p><b>Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai (kördiagram, oszlopdiagram).</b>  <b>Gyakoriság, relatív gyakoriság.</b>  <b>Átlagok: számtani közép, súlyozott közép, rendezett minta közepe (medián), leggyakoribb érték (módusz).</b>  <b>Szórás.</b></p>	<p><b>Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai (kördiagram, oszlopdiagram, hisztogram).</b>  <b>Gyakoriság, relatív gyakoriság.</b>  <b>Átlagok: számtani közép, súlyozott közép, rendezett minta közepe (medián), leggyakoribb érték (módusz).</b>  <b>Szórás.</b></p>

Témakör	Középszintű követelmények	Emelt szintű követelmények
<p><b>Valószínűségi számítás.</b></p>	<p><b>Valószínűség fogalma.</b>  <b>A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.</b>  <b>Visszatevéses mintavétel.</b></p>	<p><b>A nagy számok törvényének szemléletes tartalma.</b>  <b>A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.</b>  <b>Visszatevéses mintavétel és alkalmazásai.</b>  <b>A binomiális eloszlás tulajdonságai: várható értéke és alkalmazásai.</b>  <b>Visszatevés nélküli mintavétel és alkalmazásai.</b>  <b>A hipergeometrikus eloszlás.</b>  <b>Feltételes valószínűség fogalma és konkrét alkalmazásai.</b></p>

# I. Részletes érettségi vizsgakövetelmény



Az érettségi követelményeit két szinten határozzuk meg:

- *középszinten* a mai társadalomban tájékozódni és alkotni tudó ember matematikai ismereteit kell megkövetelni, ami elsősorban a matematikai fogalmak, tételek gyakorlati helyzetekben való ismeretét és alkalmazását jelenti;
- az *emelt szint* tartalmazza a középszint követelményeit, de az azonos módon megfogalmazott követelmények körében az emelt szinten nehezebb, több ötletet igénylő feladatok szerepelnek. Ezen túlmenően az emelt szint követelményei között speciális anyagrészek is találhatóak, mivel emelt szinten elsősorban a felsőoktatásban matematikát használó, illetve tanuló diákok felkészítése történik.

# A). Kompetenciák

## *Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok*

- A **vizsgáló tanuló** legyen képes adott szövegben rejlő matematikai problémákat észrevenni, szükség esetén matematikai modellt alkotni, a modell alapján számításokat végezni, és a kapott eredményeket értelmezni.
- Legyen képes kijelentéseket szabatosan megfogalmazni, azokat összekapcsolni, kijelentések igazságtartalmát megállapítani.
- Lássza az eltéréseket, illetve a kapcsolatokat a matematikai és a mindennapi nyelv között.
- A matematika minden területén és más tantárgyakban is tudja alkalmazni a halmaz fogalmát, illetve a halmazműveleteket.
- Legyen jártas alapvető kombinatorikus gondolatmenetek alkalmazásában, **és** legyen képes ennek segítségével gyakorlati sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldására.
- Ismerje a gráfok jelentőségét, sokoldalú felhasználhatóságuk néhány területét, és legyen képes további felhasználási lehetőségek felismerésére a gyakorlati életben és más tudományágakban.
- *Az emelt szinten* érettségiző diák ismerje a halmazelmélet alapvető szerepét a mai matematika felépítésében.

# A). Kompetenciák

## *Számelmélet, algebra*

- A **vizsgáló tanuló** legyen képes betűs kifejezések értelmezésére, ismerje fel használatuk szükségességét, tudja azokat kezelni, lássa, hogy mi van a „betűk mögött”.
- Ismerje az egyenlet és az egyenlőtlenség fogalmát, megoldási módszereit (pl. algebrai, grafikus, közelítő).
- Legyen képes egy adott probléma megoldására felírni egyenleteket, egyenletrendszereket, egyenlőtlenségeket, egyenlőtlenség-rendszereket.
- Tudja az eredményeket előre megbecsülni, állapítsa meg, hogy a kapott eredmény reális-e.
- Az *emelt szinten* érettségiző diáknak legyen jártassága az összetettebb algebrai átalakításokat igénylő feladatok megoldásában is.

# A). Kompetenciák

## *Függvények, az analízis elemei*

- A **vizsgáló tanuló** legyen képes a körülötte levő világ egyszerűbb összefüggéseinek függvényszerű megjelenítésére, ezek elemzéséből tudjon következtetni valóságos jelenségek várható lefolyására.
- Legyen képes a változó mennyiségek közötti kapcsolat felismerésére, a függés értelmezésére. Értse, hogy a függvény matematikai fogalom, két halmaz elemeinek egymáshoz rendelése. Ismerje fel a hozzárendelés formáját, **tudja elemezni elemezze** a halmazok közötti kapcsolatokat.
- Lássa, hogy a sorozat diszkrét folyamatok megjelenítésére alkalmas matematikai eszköz, a pozitív egész számok halmazán értelmezett függvény. Ismerje a számtani és mértani sorozatot.
- *Az emelt szinten* érettségiző diák ismerje az analízis néhány alapelemét, amelyekre más szaktudományokban is (pl. fizika) szüksége lehet. Ezek segítségével tudjon függvényvizsgálatokat végezni, szélsőértéket, görbe alatti területet számolni.

# A). Kompetenciák

## *Geometria, koordinátageometria, trigonometria*

- A **vizsgáló tanuló** tudjon síkban, illetve térben tájékozódni, térbeli viszonyokat elképzelni, tudja a háromdimenziós valóságot - alkalmas síkmetszetekkel - két dimenzióban vizsgálni.
- Vegye észre a szimmetriákat **és az arányokat**, tudja ezek egyszerűsítő hatásait problémák megfogalmazásában, bizonyításokban, számításokban kihasználni.
- Tudjon a feladatok megoldásához megfelelő ábrát készíteni.
- Tudjon hosszúságot, területet, felszínt, térfogatot mérni és számolni, legyen tisztában a mérési pontosság fogalmával.
- Ismerje a geometria szerepét a műszaki életben és bizonyos képzőművészeti alkotásokban.
- Az *emelt szinten* érettségiző diák tudja szabatosan megfogalmazni a geometriai bizonyítások gondolatmenetét.

# A). Kompetenciák

## *Valószínűség-számítás, statisztika*

- A **vizsgáló tanuló** értse a statisztikai kijelentések és gondolatmenetek sajátos természetét.
- Ismerje a statisztikai állítások igazolására felhasználható adatok gyűjtésének lehetséges formáit, és legyen jártas a kapott adatok áttekinthető szemléltetésében, különböző statisztikai mutatókkal való jellemzésében.
- *Az emelt szinten* érettségiző diák tudjon egyszerűbb véletlenszerű jelenségeket modellezni és a valószínűségi modellben számításokat végezni.
- **Az emelt szinten érettségiző diák** ismerje a véletlen szerepét egyszerű statisztikai mintavételi eljárásokban.

## B). Vizsgakövetelmények

### ***1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok***

E témakört (különösen a gondolkodási módszereket, a halmazokat és a matematikai logikát) elsősorban nem önállóan számon kérhető ismeretanyagként kell elképzelni, hanem olyan szemléletformáló, a matematikaoktatás egészét átszövő módszerek, illetve eszközök összességéként, amely szinte teljes egészében megjelenik minden további témakörben is.

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>1.1 Halmazok</p> <p>1.1.1 Halmazműveletek</p> <p>1.1.2 Számosság, részhalmazok</p>	<p>Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát.</p> <p>Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz.</p> <p>Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: <b>unió egyesítés</b> , metszet, különbség.</p> <p>Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat.</p> <p><b>Tudja meghatározni véges halmazok elemeinek a számát.</b></p>	<p><b>Ismerje és alkalmazza a de Morgan azonosságokat.</b></p> <p><b>Tudja alkalmazni a logikai szita módszerét egyszerűbb esetekben.</b></p> <p>Ismerjen példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra.</p> <p><b>Ismerje a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját.</b></p> <p><b>Bizonyítsa egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen.</b></p>



Témák	Középszint	Emelt szint
<p>1.2 Mate matik ai logika 1.2.1 Fogal mak, tétele k és bizony ítások a mate matik ában</p>	<p>Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni.  <b>Ismerje és alkalmazza megfelelően a kijelentés (állítás, ítélet) fogalmát.</b>  Értse, és egyszerű feladatokban alkalmazza az <b>állítás tagadása</b> műveletet.  Ismerje az „és”, a „(megengedő) vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel.  <b>Tudja a „ha...akkor...” és az „akkor és csak akkor” típusú állítások igazságértékét megállapítani.</b>  <b>Értse és használja helyesen az implikációt és az ekvivalenciát.</b>  Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” <b>kifejezéseket kvantorokat.</b>  Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni.  Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát.  <b>Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis.</b></p>	<p>Ismerje az alábbi bizonyítási típusokat és tudjon példát mondani alkalmazásukra: direkt és indirekt bizonyítás, skatulyaelv, <b>teljes indukció.</b>  Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását.</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>1.3 Kombinatorika</p>	<p>Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani.</p> <p><b>Tudja a kedvező esetek számát meghatározni a komplementer esetek segítségével is.</b></p> <p>Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat</p>	<p>Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk (<b>ismétlés nélkül és ismétléssel</b>), variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt.</p> <p><b>Ismerje a Pascal-háromszöget és alapvető tulajdonságait.</b></p>

Témák	Középszint	Emelt szint
1.4 Gráfok	<p>Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.</p> <p><b>Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: pont, él, fokszám, teljes gráf. Ismerje a gráf pontjainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést.</b></p>	<p>Definiálja a következő fogalmakat: <b>pont, él, fok</b>, többszörös él, hurokél, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, fa.</p> <p><b>Ismerje az egyszerű gráf pontjainak foka és éleinek száma közötti összefüggést.</b></p> <p>Ismerje a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.</p>

# B). Vizsgakövetelmények

## ***2. Számelmélet, algebra***

Az algebra tanításának egyik fő célja annak felfedeztetése és megértetése, hogy egymástól távol állónak tűnő problémák ugyanazon matematikai, algebrai struktúrával rendelkeznek, ezért megoldásuk során hasonló eljárásokat, gondolatmeneteket alkalmazhatunk, s leírásuk formálisan azonos módon történik. (Például különböző témakörökből vett másodfokú egyenletre vezető feladatok.)

Fontos a számolás során megismert műveleti szabályok absztrahálása, a jártasság megszerzése a betűkifejezésekkel végzett műveletekben. Meg kell mutatni a számfogalom bővítésének szükségességét és folyamatát. **Emelt szinten** el kell juttatni a tanulókat a permanencia-elv fontosságának felismeréséhez.

Témák	Középszint	Emelt szint
2.1 Alapműveletek	Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is). Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás).	
2.2 A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatósági alapfogalmakat (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni. Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prímszámokat. <b>Tudja a számelmélet alaptételét alkalmazni feladatokban.</b>	Tudja <b>pontosan</b> megfogalmazni a számelmélet alaptételét. <b>Bizonyítsa, hogy végtelen sok prímszám van.</b>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>2.2.1 Oszthatóság</p>	<p>Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani.</p>	<p><b>Oszthatósági feladatok.</b> Tudjon <b>összetett</b> oszthatósági feladatokat megoldani. <b>Tudja meghatározni természetes számok pozitív osztóinak számát.</b></p>
<p>2.2.2 Számrendszerek</p>	<p><b>Tudjon más számrendszerek létezéséről.</b> Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből 2-es alapú számrendszerbe és viszont. <b>Ismerje a helyiértékes írásmódot.</b></p>	<p>Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből <math>n</math> alapú (<math>n &lt; 9</math>) számrendszerbe és viszont. <b>Tudjon <math>n</math> alapú (<math>n &lt; 9</math>) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni</b></p>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>2.3 Racionális és irracionális számok</p>	<p>Tudja definiálni a racionális számot és ismerje az irracionális szám fogalmát.  <b>Tudja definiálni a racionális és irracionális számokat, és ismerje ezek kapcsolatát a tizedestörtekkel.</b>  Adott <math>n</math> (<math>n \in \mathbb{N}</math>) esetén tudja eldönteni, hogy <math>\sqrt{n}</math> irracionális szám-e.</p>	<p><b>Adott <math>n</math> (<math>n \in \mathbb{N}</math>) esetén tudja eldönteni, hogy <math>\sqrt{n}</math> irracionális szám-e.</b>  Bizonyítsa, hogy <math>\sqrt{2}</math> irracionális szám.  <b>Tudja meghatározni tizedestört alakban megadott racionális szám közöséges tört alakját.</b></p>
<p>2.4 Valós számok</p>	<p>Ismerje a valós számkör felépítését (<math>\mathbb{N}</math>, <math>\mathbb{Z}</math>, <math>\mathbb{Q}</math>, <math>\mathbb{Q}^*</math>, <math>\mathbb{R}</math>), valamint a valós számok és a számegyenes kapcsolatát.  Tudjon ábrázolni számokat a számegyenesen.  <b>Ismerje és használja a nyílt és zárt intervallum fogalmát és jelölését.</b>  <b>Ismerje tudja</b> az abszolútérték definícióját.  Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal.  <b>Tudjon adott helyiértékre vonatkozóan helyesen kerekíteni.</b></p>	<p>Tudja, hogy mit értünk adott műveletekre zárt számhalmazokon.</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>2.5 Hatvány , gyök, logaritmus</p>	<p>Tudja értelmezni a hatványozást racionális kitevő esetén. Ismerje és használja a hatványozás azonosságait. Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait. Definiálja és használja az <math>\sqrt[n]{a}</math> fogalmát. Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait. Tudjon áttérni más alapú logaritmusra.</p>	<p><b>Ismerje a</b> permanencia elvet.</p> <p>Tudja szemléletesen értelmezni az irracionális kitevőjű hatványt. Bizonyítsa a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén. Bizonyítsa a négyzetgyökvonás azonosságait.</p> <p><b>Ismerje és alkalmazza a gyökvonás azonosságait. Bizonyítsa a szorzat, a hányados és a hatvány logaritmusára vonatkozó azonosságokat.</b></p> <p><b>Bizonyítsa a más alapú logaritmusra való áttérés szabályát.</b></p> <p><b>Bizonyítsa a logaritmus azonosságait.</b></p>



Témák	Középszint	Emelt szint
<p>2.6 Betűkifejezése k</p> <p>2.6.1 Nevezetes azonosságok</p>	<p><b>Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját.</b></p> <p>Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását:</p> <p><math>(a + b)^2</math>, <math>(a - b)^2</math>, <math>a^2 - b^2</math>,  <math>(a + b)^3</math>, <math>(a - b)^3</math>, <math>a^3 - b^3</math>,</p> <p>Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása).</p>	<p><b>Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját.</b></p> <p>Tudja alkalmazni feladatokban az <math>a^n - b^n</math>, illetve az <math>a^{2n+1} + b^{2n+1}</math> kifejezés szorzattá alakítását.</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>2.7. Arányosság 2.7.1 Százalékszámítás</p>	<p>Tudja az egyenes és a fordított arányosság definícióját és grafikus ábrázolásukat. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni az arányosság fogalmát. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni a százalék fogalmát.</p>	
<p>2.8 Egyenletek, egyenletrendszer, egyenletrendszerek, egyenletrendszerek</p>	<p>Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát. Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése, <b>értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata.</b> <b>Tudja meghatározni szóveges feladatban szereplő változók értelmezési tartományát és a feladat eredményét összevetni a feladat szövegével.</b></p>	

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>2.8.1 Algebrai egyenletek, egyenletrendszer Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszer Másodfokú egyenletek, egyenletrendszer</p>	<p>Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában. Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket és elsőfokú, kétismeretlenes egyenletrendszereket megoldani. Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját. Ismerje a másodfokú egyenlet diszkriminánsának fogalmát, <b>és a diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggést.</b> Ismerje és alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét. Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét. Alkalmazza feladatokban a gyöktényezős alakot. Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatokat megoldani. Tudjon <b>egyszerű</b> másodfokú egyenletrendszereket megoldani.</p>	<p>Tudjon paraméteres elsőfokú egyenleteket megoldani. Tudjon elsőfokú, háromismeretlenes egyenletrendszereket megoldani. <b>Egyszerű kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer megoldása.</b> Igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét Igazolja és alkalmazza a gyökök és együtthatók közötti összefüggéseket. Tudjon másodfokú paraméteres egyenleteket megoldani.</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p data-bbox="85 139 305 297">Magasabb fokú egyenletek</p> <p data-bbox="85 596 314 753">Négyzetgyökös egyenletek</p>	<p data-bbox="357 139 1147 239">Tudjon egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenleteket megoldani</p> <p data-bbox="357 596 1020 704">Tudjon <math>\sqrt{ax + b} = cx + d</math> típusú egyenleteket megoldani</p>	<p data-bbox="1193 139 1856 582">Tudjon másodfokúra visszavezethető egyenletrendszereket megoldani. Tudjon értelmezési tartomány, illetve értékészlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható összetett feladatokat megoldani.</p> <p data-bbox="1193 596 1812 753">Tudjon két négyzetre emeléssel megoldható egyenleteket megoldani</p>
<p data-bbox="85 823 314 1152">2.8.2 Nem algebrai egyenletek Abszolútértékes egyenletek</p>	<p data-bbox="357 823 1147 1038">Tudjon <math> ax + b  = c</math> típusú <b>egyenleteket algebrai és grafikus módon, valamint</b> <math> ax + b  = cx + d</math> típusú egyenleteket megoldani.</p>	<p data-bbox="1193 823 1843 981">Tudjon <b>összetett</b> abszolútértékes egyenleteket algebrai úton megoldani .</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>Exponenciális és logaritmusos egyenletek.</p> <p>Trigonometrikus egyenletek</p>	<p>Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.</p> <p>Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.</p>	<p>Tudjon összetett egyenleteket, egyenletrendszereket megoldani</p> <p><b>Tudjon másodfokúra visszavezethető és a 4.5 pontban szereplő azonosságok alkalmazásával megoldható egyenleteket megoldani.</b></p>
<p>2.8.3 Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek</p>	<p>Tudjon egyszerű első- és másodfokú, <b>valamint törtes</b> egyenlőtlenségeket és egyszerű <b>egyismeretlenes</b> egyenlőtlenség-rendszereket megoldani</p>	<p><b>Tudjon összetett egyenlőtlenségeket és egyenlőtlenség-rendszereket megoldani.</b></p> <p>Tudjon egyszerű négyzetgyökös, abszolútértékes, exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenlőtlenségeket megoldani</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>2.9 Középértékek, egyenlőtlenségek</p>	<p>Ismerje két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát, kapcsolatát, használatát.</p>	<p>Ismerje <math>n</math> szám számított középértékeit (számtani, mértani, négyzetes, harmonikus), valamint a nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó tételeket. Bizonyítsa, hogy  <math display="block">\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}, \text{ ha } a, b \in R^+</math> Tudjon megoldani feladatokat számtani és mértani közép közötti összefüggés alapján.</p>

# B). Vizsgakövetelmények

## ***3. Függvények, az analízis elemei***

A témakör (hasonlóan a geometria, illetve a valószínűség-számítás, statisztika fejezetekhez) különösen alkalmas annak szemléltetésére, hogy egy probléma matematikai megoldása három lépésben történik: a matematikai modell megalkotása, a matematikai feladat megoldása a modellen belül, és az eredmény értelmezése.

Fontos terület a függvényábrázolás alkalmazása egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásában.

Témák	Középszint	Emelt szint
3.1 A függvény	<p>Ismerje a függvény matematikai fogalmát és a függvénytani alapfogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet).</p> <p>Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni.</p> <p>Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén <math>f(x) = c</math> alapján az <math>x</math>-et meghatározni.</p> <p>Ismerje a <b>kölcsönösen egyértelmű egy-egyértelmű</b> megfeleltetés fogalmát.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál.</p> <p>Ismerje az inverzfüggvény fogalmának szemléletes értelmezését (pl. az exponenciális és a logaritmus függvény vagy a geometriai transzformációk esetében).</p>	<p>Ismerje a függvénytani alapfogalmak pontos definícióját.</p> <p><b>Ismerje és alkalmazza a függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának a fogalmát.</b></p> <p>Ismerje és alkalmazza a függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalmát.</p> <p><b>Ismerje és alkalmazza az inverzfüggvény fogalmát.</b></p> <p>Ismerje az összetett függvény fogalmát, <b>képzésének módját.</b></p>



Témák	Középszint	Emelt szint
3.2 Egyváltozós valós függvények	Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott <b>(alapvető)</b> függvényeket: $x \rightarrow ax + b$ , $x \rightarrow x^2$ , $x \rightarrow x^3$ , $x \rightarrow ax^2 + bx + c$ , $x \rightarrow \sqrt{x}$ , $x \rightarrow [x]$ , $x \rightarrow \frac{a}{x}$ , $x \rightarrow \sin x$ , $x \rightarrow \cos x$ , $x \rightarrow \operatorname{tg} x$ , $x \rightarrow a^x$ , $x \rightarrow \log_a x$	Ismerje és tudja ábrázolni az $x \rightarrow x^n$ ( $n \in \mathbb{N}^+$ ) függvényt. Tudjon a középszinten felsorolt függvényekből összetett függvényeket képezni.
3.2.1 A függvények grafikonja, függvénytra nszformáci ók	Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról. Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni: $f(x) + c$ , $f(x + c)$ , $c \cdot f(x)$ , $f(c \cdot x)$	Tudja ábrázolni az alapvető függvények (3.2) transzformáltjainak grafikonját $c \cdot f(ax + b) + d$

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>3.2.2 A függvények jellemzése</p>	<p>Tudjon egyszerű függvényeket jellemezni (pl. grafikon alapján) értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték, periodicitás, paritás szempontjából</p>	<p>Tudja jellemezni a függvényeket korlátosság szempontjából. Tudja meghatározni a függvények tulajdonságait az alapfüggvények ismeretében, transzformációk segítségével. Használja a konvexitás és konkavitás fogalmát a függvények jellemzésére. Tudjon <b>egyszerűbb</b> másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatokat megoldani.</p>
<p>3.3 Sorozatok</p>	<p>Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait (<b>utasítás, képlet, rekurzív definíció</b>).</p>	<p>Tudjon sorozatot jellemezni (korlátosság, monotonitás). Ismerje a konvergencia szemléletes fogalmát. <b>Ismerje és alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definícióját.</b> <b>Alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételeket.</b> <b>Egyszerű rekurzív képlettel megadott sorozatok.</b></p>

Témák	Középszint	Emelt szint
3.3.1 Számítási és mértani sorozatok	Tudjon olyan feladatokat megoldani a számítási és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számítási, illetve mértani sorozat fogalmát és az $a_n$ –re, illetve az $S_n$ –re vonatkozó összefüggéseket kell használni.	Bizonyítsa a számítási és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket, valamint az összegképleteket.
3.3.2 Végtelen mértani sor		Ismerje a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.
3.3.3 Kamatos kamat, járdékszámítás	Tudja a kamatos kamat számítására vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni.	Tudjon gyűjtőjárdékat és törlesztőrészletet számolni.

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>3.4. Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei</p> <p>3.4.1 Határérték, folytonosság</p>		<p>Ismerje a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát. Ismerje a folytonosság szemléletes fogalmát.</p>
<p>3.4.2 Differenciális számítás</p>		<p>Tudja a differencia- és differenciálhányados definícióját. Alkalmazza az összeg-, <b>a különbség-</b>, a konstansszoros, a szorzat- és a hányadosfüggvény deriválási szabályait. Alkalmazza egyszerű esetekben az összetett függvény deriválási szabályát.</p> <p>Tudja bizonyítani, hogy <math>(x^n)^I = n \cdot x^{n-1}</math> (<math>n \in N^+</math>) esetén. Ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.</p> <p>Alkalmazza a differenciálszámítást érintő egyenletének felírására, szélsőérték-feladatok megoldására és polinomfüggvények vizsgálatára (<b>monotonitás</b>, <b>menet</b>, szélsőérték, <b>konvexitás</b>, <b>alak</b>).</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
3.4.3 Integrálszámítás		<p>Ismerje folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.</p> <p>Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz-tételt.</p> <p>Tudja polinomfüggvények, illetve a szinusz és koszinusz függvény grafikonja alatti területet kiszámolni.</p>

## B). Vizsgakövetelmények

### ***4. Geometria, koordinátageometria, trigonometria***

A témakör követelményeit abban a tudatban kell megfogalmaznunk, hogy a geometria szerepe, funkciója, hangsúlyai sokat változtak az elmúlt évtizedekben.

Ennek következtében a szintetikus geometria egyes területeken háttérbe szorult.

Szem előtt kell tartani ugyanakkor, hogy a geometria oktatása segíti a pontos fogalomalkotást, a struktúraalkotás képességét, és fejleszti a térszemléletet.

Témák	Középszint	Emelt szint
4.1 Elemi geometria	Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát.	
4.1.1 Térelemek	<p>Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát.</p> <p>Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat.</p> <p>Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat .</p>	<p><b>Alakzatok távolságának értelmezése.</b></p> <p><b>Tudja kitérő egyenesek távolságát és hajlásszögét meghatározni</b></p>
4.1.2 A távolságfogalom segítségével definiált ponthalmazok	<p>Ismerje a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát.</p> <p>Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban.</p>	Ismerje a parabola fogalmát.

Témák	Középszint	Emelt szint
4.2 Geometriai transzformációk		Ismerje a geometriai transzformációk és a függvények kapcsolatát.
4.2.1 Egybevágósági transzformációk	<p>Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságaikat</p> <p>Alkalmazza a feladatokban az eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés egybevágósági transzformációkat.</p> <p>Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben.</p> <p>Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit.</p> <p>Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.</p>	<p>Tudja pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit, a síkidomok egybevágóságának fogalmát, valamint a sokszögek egybevágóságának <b>elégséges</b> feltételét.</p> <p>Tudja alkalmazni a pont körüli forgatást.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a térbeli egybevágósági transzformációkat (<b>eltolás, tengely körüli forgatás, pontra vonatkozó tükrözés, síkra vonatkozó tükrözés</b>).</p>



Témák	Középszint	Emelt szint
<p>4.2.2 Hasonlósági transzformációk</p>	<p>Ismerje a <b>középpontos hasonlósági</b> transzformáció leírását, tulajdonságait, <b>alkalmazza ezeket</b>.</p> <p>Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban. Tudjon szakaszt adott arányban felosztani.</p> <p><b>Hasonló alakzatok felismerése, (pl. háromszögek hasonlósági alapesetei) alkalmazása, arány felírása.</b></p> <p><b>Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek hasonlósági alapeseteit. Ismerje fel a hasonló alakzatokat, tudja felírni a hasonlóság arányát.</b></p> <p><b>Ismerje tudja</b> és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.</p>	<p>Ismerje a hasonlósági transzformáció definícióját.</p> <p><b>Ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét, a tétel megfordítását és a párhuzamos szelőszakaszok tételét.</b></p> <p><b>Bizonyítsa és alkalmazza a belső szögfelező tételt.</b></p>
<p>4.2.3 Egyéb transzformációk Merőleges vetítés</p>		<p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a merőleges vetítést. <b>(pl. alaprajz értelmezése).</b></p>

Témák	Középszint	Emelt szint
4.3 Síkbeli és térbeli alakzatok	Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint	
4.3.1 Síkbeli alakzatok Háromszögek	<p>Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint.</p> <p>Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van).</p> <p>Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait.</p> <p><b>Ismerje és alkalmazza tudja</b> a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör).</p> <p>Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a magasság- és a befogótételt.</p>	<p>Bizonyítsa a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket (körülrírt és beírt kör középpontja, magasságpont, súlypont, középvonal tulajdonságai).</p> <p>Bizonyítsa a Pitagorasz-tételt és megfordítását.</p> <p>Bizonyítsa a magasság- és a befogótételt.</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
Négyszögek	<p>Ismerje a négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid, <b>rombusz, téglalap, négyzet</b>) és tulajdonságaikat, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.</p> <p>Ismerje a konvex <b>síknégyszög</b> belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tételeket, alkalmazza ezeket egyszerű feladatokban.</p>	<p>Bizonyítsa a húrnégyszögek és az érintőnégyszögek tételét, <b>ismerje a tételek megfordítását.</b></p> <p>Ismereteit alkalmazza feladatok megoldásában.</p>
Sokszögek	<p>Ismerje és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket.</p> <p><b>Ismerje tudja</b> a szabályos sokszögek definícióját.</p>	<p>Bizonyítsa a konvex sokszög átlóinak számára, valamint a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket.</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
Kör	<p>Ismerje a kör részeit, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, <b>és</b> hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.</p> <p>Tudjon szöget mérni fokban és radiánban. Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását</p>	<p>Bizonyítsa, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, valamint hogy a külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.</p> <p>Bizonyítsa és alkalmazza feladatokban a kerületi és középponti szögek tételét <b>és a kerületi szögek tételét.</b></p> <p>Ismerje és használja a látókör fogalmát.</p> <p>Bizonyítsa a Thalész-tételt és megfordítását.</p> <p><b>Ismerje és alkalmazza a körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételét .</b></p>
4.3.2 Térbeli alakzatok	<p>Ismerje a következő testeket és <b>azok részeit, alkotóelemeit</b>: hasáb, <b>forgáshenger</b>, gúla, <b>forgáskúp</b>, gömb, csonkagúla, csonkakúp. Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban</p>	

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>4.4 Vektorok síkbán és térben</p>	<p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- vektor fogalma, abszolútértéke,</li> <li>- nullvektor, ellentett vektor,</li> <li>- vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa,</li> <li>- vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságok,</li> <li>- vektor felbontása összetevőkre.</li> </ul> <p>Ismerje a skaláris szorzat definícióját, tulajdonságait.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- vektor koordinátái, -</li> <li>- a vektor <math>90^\circ</math>-os elforgatottjának koordinátái,</li> <li>- vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái,</li> <li>- skalárszorzat kiszámítása vektorok koordinátáiból.</li> </ul> <p><b>Vektorok alkalmazása feladatokban.</b></p>	<p><b>Tudja koordinátaikkal adott vektorok hajlásszögét meghatározni. Ismerje az egyértelmű vektorfelbontás tételét.</b></p> <p>Bizonyítsa a skalárszorzat koordinátákból való kiszámítására vonatkozó tételt.</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>4.5 Trigonome- tria</p>	<p>Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban.</p> <p>Tudja a szögfüggvények általános definícióját.</p> <p>Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek, negatív szög szögfüggvénye,</p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \text{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ <p><b>Tudjon hegyes szögek esetén szögfüggvényeket kifejezni egymásból.</b></p> <p>Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek (30°, 45°, 60°) szögfüggvényeit</p> <p><b>Ismerje tudja és alkalmazza használja</b> feladatokban a szinusz- és a koszinusztételt.</p> <p><b>Tudjon számolásokat végezni általános háromszögben</b></p>	<p><b>Tudjon szögfüggvényeket kifejezni egymásból.</b></p> <p>Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket</p> $\sin(\alpha \pm \beta), \cos(\alpha \pm \beta)$ $\text{tg}(\alpha \pm \beta), \sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \text{tg} 2\alpha$ <p>Bizonyítsa a szinusz- és a koszinusztételt.</p>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>4.6 Koordiná tageome tria 4.6.1 Pontok, vektorok</p>	<p>Tudja kiszámítani <math>\overrightarrow{AB}</math> vektor koordinátáit, abszolútértékét. Tudja kiszámítani két pont távolságát. Tudja kiszámítani szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjainak koordinátáit, alkalmazza ezeket feladatokban. Tudja felírni a háromszög súlypontjának koordinátáit, alkalmazza ezt feladatokban</p>	<p>Igazolja a szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggéseket. <b>Tudja kiszámítani szakasz <math>n: m</math> arányú osztópontjának koordinátáit.</b> Igazolja a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést</p>
<p>4.6.2 Egyenes</p>	<p>Tudja felírni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét Tudja kiszámítani egyenesek metszéspontjának koordinátáit. Ismerje az egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit. <b>Tudjon megoldani egyszerű háromszög és négyszög</b> geometriai feladatokat koordinátageometriai eszközökkel.</p>	<p>Tudja levezetni az egyenes egyenletét a síkban különböző kiindulási adatokból. <b>Tudja síkbeli egyenesek hajlásszögét meghatározni.</b></p>

Témák	Középszint	Emelt szint
4.6.3 Kör	<p>Tudja felírni adott középpontú és sugarú kör egyenletét.</p> <p>Tudja meghatározni kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontját és sugarát.</p> <p>Tudja meghatározni kör és egyenes metszéspontját.</p> <p>Tudja felírni a kör adott pontjában húzott érintő egyenletét</p> <p><b>Alkalmazza ismereteit feladatokban.</b></p>	<p>Tudja levezetni a kör egyenletét.</p> <p>Ismerje a kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatát.</p> <p>Tudja meghatározni két kör kölcsönös helyzetét, metszéspontjait.</p> <p>Tudja felírni külső pontból húzott érintő egyenletét.</p>
4.6.4 Parabola		<p>Tudja levezetni a parabola <math>x^2 = 2py</math> alakú egyenletét.</p> <p>Tudjon feladatokat megoldani a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákkal</p>



Témák	Középszint	Emelt szint
<p>4.7 Kerület, terület</p>	<p>Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát. Tudja kiszámítani a háromszög területét különböző adatokból:</p> $t = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2}$ <p>Tudja kiszámítani nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, továbbá kör, körcikk, körszelet kerületét és területét. <b>Kerület- és területszámítási feladatok.</b></p>	<p>Bizonyítsa a háromszög területének kiszámítására használt képleteket, továbbá ismerje és alkalmazza az alábbi összefüggéseket</p> $t = s \cdot r \text{ ((bizonyítással )}$ $t = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$ <p>Bizonyítsa <b>nevezetes négyszögek és szabályos sokszögek</b> területképleteit</p>
<p>4.8 Felszín, térfogat</p>	<p>Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát. Tudja kiszámítani hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínét és térfogatát <b>egyszerű esetekben képletbe való behelyettesítéssel.</b></p>	<p><b>Térgeometriai feladatok megoldása</b> <b>Bizonyítsa a csonkagúla és a csonkakúp térfogatképletét</b></p>

# B). Vizsgakövetelmények

## **5. Valószínűség-számítás, statisztika**

A modern tudományelmélet egyik fontos pillére az a gondolkodásmód, amellyel a sztochasztikus jelenségek leírhatók.

A társadalomtudományi, a természettudományi és a közgazdasági törvényeink nagy része csak statisztikusan igaz.

A mindennapi élet történéseit sem lehet megérteni statisztikai ismeretek nélkül, mivel ott is egyre gyakrabban olyan tömegjelenségekkel kerülünk szembe, amelyek a statisztika eszközeivel kezelhetők.

A sztochasztika gondolkodásmódja a XXI. század elejére az emberi gondolkodásnak, döntéseknek és cselekvéseknek olyannyira alapvető része lesz, hogy elsajátítása semmiképpen sem kerülhető meg.

Ebben a témakörben középszinten csak az alapfogalmak megértését és használatát követeljük meg, míg emelt szinten a téma matematikai felépítésének egyes részeiről is számot kell adni.

**E fejezet követelményrendszere két ellentétes tendencia közötti kompromisszum jegyében született, mely szerint alapvető társadalmi szükség mutatkozik a téma iránt, miközben a tanításban elfoglalt helye ma még igencsak periférikus.**

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>5.1 Leíró statisztika</p> <p>5.1.1 Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai</p>	<p>Tudjon adott adathalmazt szemléltetni</p> <p>Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni</p> <p>Értse a véletlenszerű mintavétel fogalmát. Tudjon kördiagramot és oszlopdigramot készíteni.</p> <p>Tudjon adott diagramról információt kiolvasni.</p> <p>Tudja és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság.</p>	<p><b>Tudjon hisztogramot készíteni, és adott hisztogramról információt kiolvasni.</b></p>
<p>5.1.2 Nagy adathalmazok jellemzői, statisztikai mutatók</p>	<p>Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: <b>aritmetikai</b> átlag, súlyozott számtani közép, medián (<b>rendezett minta közepe</b>), módusz (<b>leggyakoribb érték</b>), terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás.</p> <p><b>Tudja kiszámítani ismert átlagú adathalmazok egyesítésének átlagát.</b></p> <p>Tudja a szórást kiszámolni adott adathalmaz esetén <b>a definíció alkalmazásával vagy</b> számológéppel.</p> <p>Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével</p>	<p><b>Ismerje az adathalmazok egyesítése és átlaguk közötti kapcsolatot</b></p>

Témák	Középszint	Emelt szint
<p>5.2 A valószínűség-számítás elemei</p>	<p><b>Véges sok kimenetel esetén szimmetriamegfontolásokkal számítható valószínűségek (egyenlő esélyű elemi eseményekből) egyszerű feladatokban.</b></p> <p>Alkalmazza az esemény és az eseménytér fogalmát konkrét példák esetén.</p> <p>Ismerje és <b>alkalmazza</b> a klasszikus (Laplace)-modellt.</p> <p><b>Tudja meghatározni esemény komplementerének a valószínűségét.</b></p> <p>Ismerje a szemléletes kapcsolatot a relatív gyakoriság és a valószínűség között.</p> <p>Tudjon valószínűséget számítani visszatevéses <b>és visszatevés nélküli</b> mintavétel esetén.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a binomiális eloszlás képletét.</p>	<p>Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség.</p> <p><b>A nagy számok törvényének szemléletes tartalma (nagyobb n-ekre valószínűbb, hogy <math> k/n - p  &lt; \delta</math>).</b></p> <p>Ismerje és alkalmazza a geometriai valószínűség modelljét.</p> <p>Tudja <b>értelmezni ábrázolni</b> a binomiális eloszlást (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlást (visszatevés nélküli modell) <b>és tulajdonságaikat is.</b></p> <p>Tudjon ezek alkalmazásával konkrét valószínűségeket kiszámítani.</p> <p>Ismerje és tudja kiszámítani a várható értéket, <b>szórást</b> a diszkrét egyenletes és a binomiális eloszlás esetén.</p> <p><b>A binomiális eloszlás alkalmazása. A minta relatív gyakoriságának becslése a sokaság paraméterének ismeretében</b></p>

## II. A vizsga leírása

## A vizsga részei

Középszint			Emelt szint		
Írásbeli vizsga 180 perc		Szóbeli vizsga 15 perc	Írásbeli vizsga 240 perc		Szóbeli vizsga 20 perc
I. 45 perc	II. 135 perc	Definíció, illetve tétel kimondása Definíció közvetlen alkalmazása Feladatmegoldás	I.	II.	Egy téma összefüggő kifejtése megadott szempontok szerint.
30 pont	70 pont	50 pont	51 pont	64 pont	35 pont

## A vizsgán használható segédeszközök

	Középszint		Emelt szint	
	Írásbeli vizsga	Szóbeli vizsga	Írásbeli vizsga	Szóbeli vizsga
A vizsgázó biztosítja	Függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő	Függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő	Függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő	szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő
A vizgabizottságot működtető intézmény biztosítja	Nincs	Nincs	Nincs	A tételsorban szereplő feladatokhoz kapcsolódó összefüggéseket tartalmazó képlettár

## Nyilvánosságra hozandók

	Középszint		Emelt szint	
	Írásbeli vizsga	Szóbeli vizsga	Írásbeli vizsga	Szóbeli vizsga
Anyag	Nincs	Nincs	Nincs	tételcímek, képlettár
Mikor ?	Nincs	Nincs	Nincs	jogszabály szerint



# Középszintű írásbeli vizsga

## Általános szabályok

- Az írásbeli vizsgán a vizsgázóknak egy központi feladatsort kell megoldaniuk.
- A vizsgázó az I. (45 perc) és a II. (135 perc) feladatlapon belül a rendelkezésére álló időt tetszése szerint oszthatja meg az egyes feladatok között és megoldásuk sorrendjét is meghatározhatja. A vizsgázó először az I. feladatlapot oldja meg. A vizsgadolgozatokat a 45 perc leteltével a felügyelő tanár összegyűjti. Ezután kerülhet sor a II. feladatlap kiosztására és megoldására.
- Vizsgázónként megengedett segédeszközök: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, melyekről a vizsgázó gondoskodik. Ezeket az eszközöket a vizsgázók a vizsga során egymás között nem cserélhetik

# Középszintű írásbeli vizsga

## Az írásbeli feladatlap formai jellemzői:

- A feladatsor két, jól elkülönülő feladatlapból áll.
- Az I. feladatlap 10-12 feladatot tartalmaz, amely az alapfogalmak, definíciók, egyszerű összefüggések ismeretét hivatott ellenőrizni. Ebben a feladatlapban előfordulhat néhány igaz-hamis állítást tartalmazó vagy egyszerű feleletválasztós feladat is, de a feladatok többsége nyílt végű. Az első feladatlap megoldására 45 perc áll rendelkezésre, vagyis ezen idő eltelte után e feladatok megoldására nincs tovább mód.
- A II. feladatlap megoldási időtartama 135 perc. Ez további két részre oszlik, melynek megoldása folyamatos, az adott időn belül nem korlátozott.
- A II. A rész három, egyenként 9-14 pontos feladatot tartalmaz. A feladatok **egy vagy** több **rész**kérdésből állnak.
- A II. B rész három, egyenként 17 pontos feladatot tartalmaz, amelyből a vizsgázó választása szerint kettőt kell megoldani, és csak ez a kettő értékelhető. A feladatok a középszintű követelmények keretein belül összetett feladatok, általában több témakört is érintenek és több részkérdésből állnak.
- A II. feladatlap megoldására fordított időt a vizsgázó szabadon használhatja fel.

# Középszintű írásbeli vizsga

**Az írásbeli feladatlap tartalmi jellemzői:**

A feladatsor összeállításakor az alábbi tartalmi arányok az irányadók:

<b>Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>20%</b>
<b>Aritmetika, számelmélet, algebra</b>	<b>25%</b>
<b>Függvények, az analízis elemei</b>	<b>15%</b>
<b>Geometria, koordinátageometria, trigonometria</b>	<b>25%</b>
<b>Valószínűség-számítás, statisztika</b>	<b>15%</b>

# Középszintű írásbeli vizsga

## Az írásbeli feladatlap tartalmi jellemzői:

- Ezek az arányok természetesen csak hozzávetőlegesek lehetnek, hiszen a feladatok egy jelentős része több témakörbe is besorolható, összetett ismeretkörre épül, továbbá a feladatsor választható feladatokat tartalmazó részei miatt az egyes vizsgázók számára – a választásaiktól függően – az arányok eltolódhatnak. Az első témakörbe tartozik a feladatoknak minden olyan részeleme, amely a szöveg matematikai nyelvre való lefordítását, matematikai modell megalkotását igényeli.
- A feladatsor feladatainak 30-50%-a szöveges, a hétköznapi élethelyzetekhez kapcsolódó, esetenként egyszerű modellalkotást igénylő feladat.

# Középszintű írásbeli vizsga

## Az írásbeli feladatlap értékelése:

- Az írásbeli vizsgadolgozatokat a szaktanár javítja és értékeli. Az értékelés központi javítási-értékelési útmutató alapján történik. A javítási-értékelési útmutató tartalmazza a feladatok részletes megoldását, esetenként több változatot is, valamint az egyes megoldási lépésekre adható részpontszámokat.
- A középszintű feladatlap II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázónak az erre a célra szolgáló négyzetben meg kell jelölnie annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az öszpontszámába. Ezt a felügyelő tanárnak a vizsgadolgozat beszédésekor ellenőriznie kell. Amennyiben ez nem történt meg, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

# Középszintű szóbeli vizsga

## Általános szabályok

- A középszintű szóbeli vizsga tételsorának összeállításáról a vizsgabizottságot működtető intézmény gondoskodik, amennyiben a vizsgázó csoportban van szóbeli vizsgázó.
- A szóbeli tételek nem hozhatók nyilvánosságra.
- A szóbeli vizsgára kétszer annyi tételt kell készíteni, mint amennyien a szóbeli vizsgázók vannak, de a tételek száma nem lehet 10-nél kevesebb **vagy 20-nál több.**
- Vizsgázónként megengedett segédeszközök: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, melyekről a vizsgázó gondoskodik. Ezeket az eszközöket a vizsgázók a vizsga során egymás között nem cserélhetik.

# Középszintű szóbeli vizsga

## A szóbeli tételek tartalmi jellemzői:

- A tétel tartalmazzon három egyszerű, az elméleti anyag elsajátítását számon kérő kérdést (definíció, illetve tétel kimondását, vagy ezek közvetlen alkalmazását megkívánó egyszerű feladatot), valamint 3 feladatot.
- A tételt a vizsgázónak önállóan kell kifejtenie. Közbekérdezni csak akkor lehet, ha teljesen helytelen úton indult el vagy nyilvánvaló, hogy elakadt. (Ez esetben segítő kérdést lehet feltenni, amennyiben az még a felelési időbe belefér.)
- A tétel egyes elemeit más-más témakörből kell kiválasztani.

# Középszintű szóbeli vizsga

## A szóbeli vizsgarész értékelése:

Az értékelés szempontjai:

1. Az elméleti kérdések összesen 15 pont
  2. A három feladat összesen 30 pont
  3. Önálló teljesítményre való képesség, a feladatok logikus előadása, illetve a matematikai kommunikációs képesség 5 pont
- Azt, hogy a harmadik szempont szerinti 5 pontból mennyit kap a vizsgázó, annak a mérlegelésével kell eldönteni, hogy a vizsgázó milyen mértékben tudott önállóan megbirkózni a kérdésekkel, illetve a feladatokkal; ha segítő kérdésekre volt szüksége, azokat megértette-e és a feleletében fel tudta-e használni.
  - A szóbeli vizsgát is tett vizsgázó végső értékelése az írásbeli és a szóbeli vizsga együttes pontszáma alapján történik.



# Emelt szintű írásbeli vizsga

## Általános szabályok

- Az írásbeli vizsgán a vizsgázóknak egy központi feladatsort kell megoldaniuk.
- A vizsgázó a rendelkezésére álló időt tetszése szerint oszthatja meg az I. és a II. rész, illetve az egyes feladatok között és megoldásuk sorrendjét is meghatározhatja.
- Vizsgázónként megengedett segédeszközök: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, amelyekről a vizsgázó gondoskodik. Ezeket az eszközöket a vizsgázók a vizsga során egymás között nem cserélhetik.

# Emelt szintű írásbeli vizsga

## Az írásbeli feladatsor formai jellemzői:

- Az I. részfeladatsor négy feladatból áll. Ezek az emelt szintű követelmények alapján egyszerűnek tekinthetők, többnyire a középszintű követelmények ismeretében is megoldhatók. **A négy feladat közül legalább három több részkérdést is tartalmaz. A feladatok több részkérdést is tartalmazhatnak.**
- A II. részfeladatsor öt, egyenként 16 pontértékű feladatból áll. Ezek közül legalább kettőben a gyakorlati életben előforduló szituációból származik a probléma, így a megoldáshoz a vizsgázónak a szöveget le kell fordítania a matematika nyelvére, azaz matematikai modellt kell alkotnia, abban számításokat végeznie, s a kapott eredményeket az eredeti probléma szempontjából értelmezve kell válaszolnia a felvetett kérdésekre. A vizsgázónak az öt feladatból négyet kell kiválasztania, megoldania, és csak ez a négy értékelhető. **A feladatok több részkérdést tartalmaznak, és általában több témakör ismeretanyagára támaszkodnak. A feladatok általában egy-két témakör ismeretanyagára támaszkodnak.**

# Emelt szintű írásbeli vizsga

A feladatlap tartalmi jellemzői:

A feladatsor összeállításakor az alábbi arányok az irányadók:

<b>Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>20%</b> <b>25%</b>
<b>Aritmetika, számelmélet, algebra</b>	<b>25%</b> <b>20%</b>
<b>Függvények, az analízis elemei</b>	<b>20%</b>
<b>Geometria, koordinátageometria, trigonometria</b>	<b>20%</b>
<b>Valószínűség-számítás, statisztika</b>	<b>15%</b>

# Emelt szintű írásbeli vizsga

## A feladatlap tartalmi jellemzői:

- Ezek az arányok természetesen csak hozzávetőlegesek lehetnek, hiszen a feladatok egy jelentős része több témakörbe is besorolható, összetett ismeretkörre épül, továbbá a feladatsor választható feladatokat tartalmazó részei miatt az egyes vizsgázók számára – a választásaiktól függően – az arányok eltolódhatnak. Az első témakörbe tartozik a feladatoknak minden olyan részeleme, amely a szöveg matematikai nyelvre való lefordítását, matematikai modellalkotást igényel.
- A feladatsor feladatainak 30-40%-a szöveges, a hétköznapi élethelyzetekhez kapcsolódó, modellalkotást igénylő feladat.

# Emelt szintű írásbeli vizsga

## A feladatlap értékelése:

- Az értékelés központi javítási-értékelési útmutató alapján történik. A javítási-értékelési útmutató tartalmazza a feladatok részletes megoldásait, azok lehetséges változatait, az egyes megoldási lépésekre adható részpontszámokat.
- Az írásbeli feladatsor II. részében kitűzött 5 feladat közül csak 4 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázónak az erre a célra szolgáló négyzetben meg kell jelölnie annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ezt a felügyelő tanárnak a vizsgadolgozat beszedésekor ellenőriznie kell. Amennyiben ez nem történt meg, és a választás ténye a dolgozathoz sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.
- Az írásbeli vizsga összpontszáma 115 pont.

# Emelt szintű szóbeli vizsga

## Általános szabályok

- Az emelt szintű szóbeli vizsga központi tételsor alapján zajlik.
- A tételt a vizsgázónak önállóan kell kifejtene. Közbe kérdezni csak akkor lehet, ha teljesen helytelen úton indult el vagy nyilvánvaló, hogy elakadt. (Ez esetben segítő kérdést lehet feltenni, amennyiben az még a felelési időbe belefér.)
- A szóbeli vizsgára legalább húsz tételt kell készíteni. A tételsort úgy kell összeállítani, hogy tematikailag fedje le a követelményrendszert. A tételek feladatait minden évben frissíteni kell.
- Vizsgázónként szükséges segédeszköz a tételsorban szereplő feladatokhoz kapcsolódó összefüggéseket tartalmazó képlettár, melyet a vizgabizottságot működtető intézmény biztosít, továbbá szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, melyekről a vizsgázó gondoskodik.
- Az egyes tételek egy-egy témából kerülnek ki. A tétel címében megjelölt témát logikusan, arányosan felépített, szabad előadásban kell kifejtene a vizsgázónak. A feleletben feltétlenül szerepelniük kell az alábbi részleteknek:

# Emelt szintű szóbeli vizsga

- ❖ egy, a témához tartozó, a vizsgázó választása szerinti definíció pontos kimondása;
- ❖ egy, a témához tartozó, a vizsgázó választása szerinti tétel pontos kimondása és bizonyítása;
- ❖ a kitűzött feladat megoldása;
- ❖ a téma matematikán belüli vagy azon kívüli alkalmazása, **illetve matematikatörténeti vonatkozása** (több **ismertetése felsorolása** vagy egy részletesebb bemutatása).
- A tételeket úgy kell összeállítani, hogy a nehézségük (az általuk átfogott tananyagrészek nagysága és mélysége) közel azonos legyen. Ügyelni kell arra, hogy a tételben kitűzött feladat nehézsége az egyes tételeket tekintve körülbelül azonos legyen.
- A vizsgán használható képlettárat és a tételcímekeket nyilvánosságra kell hozni.

# Emelt szintű szóbeli vizsga

## A szóbeli vizsgarész értékelése:

- A szóbeli vizsgán elérhető pontszám 35. Az értékelés központi értékelési útmutató alapján történik.
- Az értékelési szempontok :

**A felelet tartalmi összetétele, felépítésének szerkezete 10 pont**

**A témakörbe illő definíció megtalálása 1 pont**

**A témakörbe illő tétel megtalálása 1 pont**

Logikus felépítés, szerkesztettség, tartalmi gazdagság **6 pont 4 pont**

***Ebben a pontban kell értékelni a feleletben szereplő, a témához illő definícióknak, a kimondott tételnek és bizonyításának a nehézségét is***

A felelet matematikai tartalmi helyessége 4 pont

**A feleletben szereplő, a témához illő definíció helyes kimondása 2 pont**

*Ha több definíciót is elmond, akkor a definícióra adható 2 ponttal a legjobbat kell értékelni.*

**A feleletben szereplő, a témához illő tétel helyes kimondása és bizonyítása 6 pont**

A tétel helyes kimondása 2 pont

A tétel helyes bizonyítása 4 pont



# Emelt szintű szóbeli vizsga

**A kitűzött feladat helyes megoldása 8 pont**

*Ha a feladatot csak a vizsgáztató segítségével tudja elkezdni, akkor maximum 5 pont adható.*

**Alkalmazások ismertetése 4 pont**

***Egy, a tételhez illő alkalmazás vagy matematikatörténeti vonatkozás részletes kifejtése, vagy 3-4 lényegesen eltérő alkalmazás vagy matematikatörténeti vonatkozás rövid ismertetése.***

***Egy, odaillő alkalmazás megemlítése 1 pont***

***Ennek részletes kifejtése, vagy további 2-3 lényegesen eltérő alkalmazás említése 3 pont***

**Matematikai nyelvhasználat, kommunikációs készség 5 pont**

Matematikai nyelvhasználat 2 pont

Önálló, folyamatos előadásmód 2 pont

Kommunikáció 1 pont

*Ez utóbbi 1 pont akkor is jár, ha a **vizsgázó jelölt** önálló felelete után nem volt szükség kérdésre.*

Köszönöm a figyelmet!